

***Einführung eines E-Learning-Angebots im  
Rahmen der Vorlesung Lineare Algebra I***

22.03.2018 ■ Natascha Scheibke

- **Ausgangssituation**
- **E-Learning Aufgaben**
- **Erste Einblicke**
- **Ausblick**

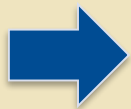
# Ausgangssituation

## Herausforderung Studieneingangsphase

Allgemeine Schwierigkeiten beim Wechsel Schule – Hochschule:

*(Hilgert 2016; Biehler et al. 2010 sprechen von Transitionsphase)*

- Änderungen des sozialen Umfeldes
- Mehr erforderliche Selbstorganisation in allen Studienbelangen
- Selbstregulation



Vor- und Brückenkurse, Mentoring

## Herausforderung Hochschulmathematik:

- Ungewohnt **viele, gleichzeitige** Anforderungen:
  - Intensive und eigenständige Nachbereitung sämtlicher Materialien
  - Aufgaben sind komplexer
  - Aufgaben sind formal exakter zu bearbeiten
- Deutliche Kluft zwischen den **vorhandenen** mathematischen Kompetenzen nach Erwerb der allgemeinen Hochschulreife und den **gewünschten** Kompetenzen der Hochschule zu Studienbeginn



Vor- und Brückenkurse, Tutorien, LuDi (Lern- und Diskussionszentrum)

*(Blömeke 2016; Rach 2014; Bescherer 2003)*

## Herausforderung Lineare Algebra

- Hohe Dichte an Begriffen und Verfahren
  - “It is as if a **heavy fog has rolled in over them**, and they cannot see where they are or where they are going.”  
(Carlson 1993, S.29)
  - “Many students have the feeling of **landing on a new planet** and are not able to find their way in this new world.” (Dorier et al. 2000, S. 28)
- Lineare Algebra der Schule ist Sonderfall der Linearen Algebra der Hochschule. (Schwarz 2015 S.198)
- Beweise machen einen großen Teil der Übungen aus.



Globalübung, Tutorien, LuDi, Lernwochenende, Repetitorium

## Herausforderung sozio-ökonomische Heterogenität

Ausgewählte sozio-ökonomische Kriterien der Studienanfänger im WiSe 16/17

Studierende ...	Studienanfänger der gesamten Universität	Studienanfänger im Bereich Mathematik
... als Bildungsaufsteiger	58%	56%
... mit Migrationshintergrund	42%	40%
... mit abgeschlossener Berufsausbildung	8%	4%
... mit eigener Finanzierung	27%	27%
... mit Betreuung von Kindern / Angehörigen	11%	13%
... chronischer Erkrankung / Behinderung	6%	4%

(Quelle: [https://www.uni-due.de/imperia/md/content/zfh/studierendenbefragung/seb-2016-17\\_bericht-dm.pdf](https://www.uni-due.de/imperia/md/content/zfh/studierendenbefragung/seb-2016-17_bericht-dm.pdf))

## Herausforderungen heterogener Lerngruppen

Große Unterschiede ...

- ... im **zeitlicher Aufwand** für das Selbststudium
- ... in **den Aktivitäten** innerhalb des Selbststudiums (Schulmeister et al. 2012)



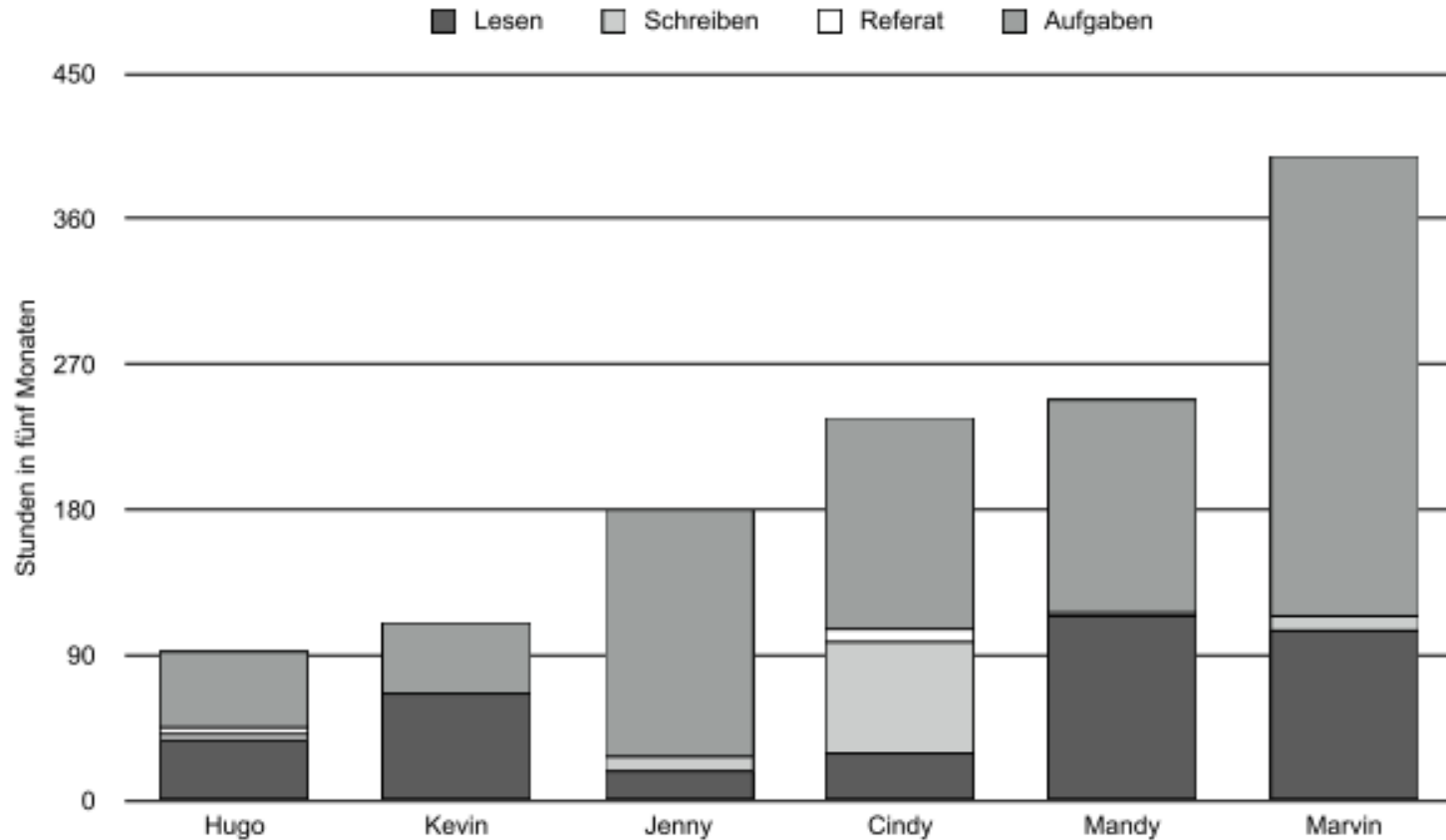



Abb. 5: Sechs (anonymisierte) Studierende und ihre Lerntätigkeiten in Mathematik

(Schulmeister et al. 2012, S. 11)

## Herausforderungen heterogener Lerngruppen

Große Unterschiede ...

- ... im **zeitlicher Aufwand** für das Selbststudium
- ... in **den Aktivitäten** innerhalb des Selbststudiums
- ... in der Lernmotivation (Schulmeister et al. 2012)

 „... einer der wichtigsten Wege in der aktivierenden Unterstützung des Selbststudiums durch die Etablierung einer autonomie-fördernden Lern- und Rückmeldekultur.“ (Schulmeister et al. 2012)

 E-Learning-Übungsmodule zu Themen der Linearen Algebra 1

## Lerngelegenheiten zur Linearen Algebra 1

### Bisher:

- Übungen zur Linearen Algebra 1 mit 14-tägiger Globalübung
- **L**ern- und **D**iskussionszentrum
- Repetitorium

### Neu:

- Lernwochenende
- E-Learning-Übungsmodule zu Themen der Linearen Algebra 1

# E-Learning-Aufgaben

## Realisierte Aufgaben

Alle verpflichtenden Themen der Linearen Algebra werden abgedeckt:

- Mengen, Aussagenlogik, Abbildungen, Äquivalenzrelationen, Gruppen und Körper
- Vektorräume (Untervektorräume, lineare Abhängigkeit, Basis, Dimension)
- Lineare Abbildungen
- Matrizen (Inverse, Eigenwerte, Determinante)
- Lineare Gleichungssysteme
- Skalar- und Vektorprodukt
- komplexe Zahlen

## Realisierte Aufgaben

- Alle verpflichtenden Themen der Linearen Algebra werden abgedeckt.
- Neben klassische Multiple-Choice-Aufgaben (MC) gibt es auch Fill-In-Aufgaben. Durch Anbindung eines Formeditors ist auch die Eingabe von Terme (auch mit Variablen), Matrizen etc. möglich.

## Frage 1

Berechnen Sie die Determinante der Matrix  $A := \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ .

$\det A =$

vorwärts gerichtete  
Aufgabe

rückwärts gerichtete  
Aufgabe

## Frage 1

Bestimmen Sie den Parameter  $\alpha \in \mathbb{R}$  so, dass  $\det \begin{pmatrix} 0 & -2 & -3 \\ 2 & 1 & 1 \\ \alpha & 1 & 2 \end{pmatrix} = 5$  ergibt.

$\alpha =$

Hinweis

Lösung anzeigen

Einreichen

## Frage 1

Stellen Sie das charakteristische Polynom  $\mathcal{P}_3(t)$  der folgenden Matrix auf:

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

*Hinweis: Beachten Sie, dass Sie bei Ihrer Lösung bei der Variablenbezeichnung  $t$  bleiben.*

Das charakteristische Polynom  $\mathcal{P}_3(t)$ :



Hinweis

Lösung anzeigen

Einreichen



## Realisierte Aufgaben

- Alle verpflichtenden Themen der Linearen Algebra werden abgedeckt.
- Neben klassische Multiple-Choice-Aufgaben (MC) gibt es auch Fill-In-Aufgaben. Durch Anbindung eines Formeditors ist auch die Eingabe von Terme (auch mit Variablen), Matrizen etc. möglich.
- Aufgaben werden randomisiert (auch MC-Aufgaben).

## Frage 1

Wenn eine Aussage  $A(x)$  eine Variable  $x$  enthält, dann kann man diese quantifizieren.

Zum Beispiel mit dem Allquantor: für alle  $x$  gilt  $A(x)$ , symbolisch  $\forall x : A(x)$ .

Oder mit dem Existenzquantor: es gibt ein  $x$ , so dass  $A(x)$  gilt, symbolisch  $\exists x : A(x)$ .

Eine Verschärfung ist: es gibt **genau ein**  $x$ , so dass  $A(x)$  gilt, symbolisch  $\exists! x : A(x)$ .

Soll ausgedrückt werden, dass die Aussage  $A(x)$  für kein  $x$  gilt, so schreibt man  $\nexists x : A(x)$ .

Formen Sie nun die folgenden Aussage  $A(x)$  mit Hilfe von Quantoren um:

**Es existieren natürliche Zahlen, die durch zwei teilbar sind.**

## Antworten:

- $\forall n \in \mathbb{N} \exists m \in \mathbb{N} : n = 2m$
- $\exists n \in \mathbb{N} \exists m \in \mathbb{N} : n = 2m$
- $\exists n \in \mathbb{N} \forall m \in \mathbb{N} : n = 2m$
- $\forall n \in \mathbb{N} \forall m \in \mathbb{N} : n = 2m$

## Realisierte Aufgaben

- Alle verpflichtenden Themen der Linearen Algebra werden abgedeckt.
- Neben klassische Multiple-Choice-Aufgaben (MC) gibt es auch Fill-In-Aufgaben. Durch Anbindung eines Formeditors ist auch die Eingabe von Terme (auch mit Variablen), Matrizen etc. möglich.
- Aufgaben werden randomisiert (auch MC-Aufgaben).
- Aufgaben können mehrstufig angelegt werden.

## Frage 1

Eine Matrix  $A$  heißt kommutativ, wenn gilt  $A \cdot B = B \cdot A$ .

Geben Sie eine beliebige Matrix  $B = \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} \in M(2 \times 2, \mathbb{R})$  außer der Nullmatrix an, die zu  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  kommutativ ist.

$B =$

## Frage 2

Geben Sie nun **alle** Matrizen  $B \in M(2 \times 2, \mathbb{R})$  an, die zu  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  kommutativ sind. Wenn Sie zur Beschreibung Variablen benötigen, verwenden Sie  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ .

$B =$

## Realisierte Aufgaben

- Alle verpflichtenden Themen der Linearen Algebra werden abgedeckt.
- Neben klassische Multiple-Choice-Aufgaben (MC) gibt es auch Fill-In-Aufgaben. Durch Anbindung eines Formeditors ist auch die Eingabe von Terme (auch mit Variablen), Matrizen etc. möglich.
- Aufgaben werden randomisiert (auch MC-Aufgaben).
- Aufgaben können mehrstufig angelegt werden.
- Sofortiges, auch ausführliches Feedback hinterlegbar.
- Es wurden Hinweise hinterlegt, die während der Bearbeitung abgerufen werden können.

## Frage 1

Es sei  $M$  eine Menge und  $R \subseteq M \times M$  eine Relation auf  $M$ .  
Ergänzen Sie  $R$  so, dass die Eigenschaften einer Äquivalenzrelation erfüllt werden:

$$M = \{4, 6, 8\}$$

$$R = \{(4, 4), (6, 4), (6, 6), (8, 8), (4 \text{ , 8 \text{ })\}$$

### Feedback:

Bisher ist  $R$  reflexiv. Wie muss  $R$  ergänzt werden, damit auch die beiden anderen Eigenschaften erfüllt werden (Symmetrie und Transitivität)?

Punkte: 0/100



Hinweis

Überspringen

Einreichen

# Erste Einblicke



## SoSe 2017:

- **Linearen Algebra 1 (Fachmathematik):** Grundlagenaufgaben, freiwilliges Angebot

## WiSe 2017/2018:

- **Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler:** Ausgewählte Aufgaben zu den Themen Matrizen, Determinanten, Eigenwerte, LGS, Grundlagen Vektorraum; hauptsächlich kalkülorientiert; freiwilliges Angebot
- **Mathematik 1 für Bauingenieure:** Alle vorhandenen Aufgaben zu den Themen Grundlagen, Matrizen; freiwilliges Angebot
- **Lineare Algebra HRSGe/G:** Ausgewählte Aufgaben zu den Themen Matrizen und LGS; hauptsächlich kalkülorientiert; freiwilliges Angebot
- **Propädeutik Gy/Ge:** Ausgewählte Aufgaben zu den Themen Matrizen und LGS; hauptsächlich kalkülorientiert; freiwilliges Angebot



## SoSe 2018

- **Repetitorium zur Linearen Algebra 1 (Fachmathematik) aus dem WiSe 17/18:** alle Aufgaben
- **Linearen Algebra 1 (Fachmathematik):** alle Aufgaben
- **Mathematik II für Ingenieure:** ausgewählte Aufgaben (kalkülorientiert)
- **Mathematik II für Physiker:** ausgewählte Aufgaben (kalkülorientiert)

## **Ernüchternd:**

- nur 10-20% der eingeschriebenen Studenten nahmen das vollständig freiwillige Angebot wahr
- in der Fachmathematikvorlesung konnten die Aufgaben im WiSe 17/18 nicht eingebunden werden

## **Interessant:** Verschiedene Bearbeitungstypen, z.B.

- Felix der Fleißige bearbeitet viele Themen mit absteigendem Erfolg
- Simon der Springer: Bearbeitet nur wenig Themen, aber immer mit mehr als 50% der Punkte
- Hanna die Hartnäckige: Einzelne Aufgabe mit sehr hoher Anzahl an Einreichungen (z.B. MC-Aufgabe mit 16 Einreichungen)

**Interviews** mit Studierenden lieferten kein einheitliches Bild.

# Ausblick



## Welche weiteren Schritte müssen nun folgen?

- **Akzeptanz bei den Dozenten:**
  - Ziel ist die Erhöhung der grundsätzlichen Einsatzquote.
  - Wünschenswert wäre eine verpflichtende Bearbeitung der Aufgaben.
  - Dozenten sollen das Angebot als für die Studenten hilfreich ansehen.
  
- **Akzeptanz bei den Studierenden:**
  - Aufgaben müssen als zur Vorlesung **passend** empfunden werden.
  - Aufgaben müssen als zur Vorlesung **hilfreich** empfunden werden.

## Ziele des Projekts

- Einsatz der Aufgaben in der Fachmathematik
- Zusätzliches Übungsmaterial
- Entlastung der Übungen
- Erschließung neuer Lernergruppen/-typen

## Forschungsinteressen

- Kann der Einsatz von e-Learning Aufgaben tatsächlich zur Entlastung der Übungen und zur Unterstützung der Studierenden führen?
- In wie weit ändert sich die Bearbeitung der Aufgabe beim Wechsel von der papierbasierten zur computerbasierten Aufgabe? Welche Herausforderungen ergeben sich daraus an die Aufgaben aber auch an die Lerner?

**Vielen Dank  
für Ihre Aufmerksamkeit!**

Bescherer, C. (2003). Selbsteinschätzung mathematischer Studierfähigkeit von Studienanfängerinnen und – anfängern, Dissertation. Empirische Untersuchung und praktische Konsequenz. Ludwigsburg. [Online: <https://phbl-opus.phlb.de/frontdoor/index/index/docId/4>, letzter Aufruf 03.02.2018]

Biehler, R., Hochmuth, R., Fischer, P. R., Wassong. (2011) Transition von Schule zu Hochschule in der Mathematik: Probleme und Lösungsansätze. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht 2011*. Freiburg.

Blömeke, Sigrid (2016): Der Übergang von der Schule in die Hochschule: Empirische Erkenntnisse zu mathematikbezogenen Studiengängen. In: Axel Hoppenbrock, Rolf Biehler, Reinhard Hochmuth und Hans-Georg Rück (Hg.): *Lehren und Lernen von Mathematik in der Studieneingangsphase. Herausforderungen und Lösungsansätze*. 1. Aufl. 2016 (Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik), S. 3–13.

Carlson, D. (1993). Must the Fog Always Roll in? In *The College Mathematics Journal*, Vol. 24, No. 1 (S.29-40). Mathematical Association of America.

Dorier, J.-L., Robert, A., Robinet, J. Rogalski, M., (2000). On a research programme concerning the teaching and learning of linear algebra in the firstyear of a French science university. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, Vol. 31, No.1 (S.27-35).

Hilgert (2016): Schwierigkeiten beim Übergang von Schule zu Hochschule im zeitlichen Vergleich. Ein Blick auf Defizite beim Erwerb von Schlüsselkompetenzen, in: Hoppenbrock et al. (Hrsg.): *Lehren und Lernen von Mathematik in der Studieneingangsphase. Herausforderungen und Lösungsansätze*, Springer Spektrum, S. 695–709.

Rach (2014): Charakteristika von Lehr-Lern-Prozessen im Mathematikstudium. Bedingungsfaktoren für den Studienerfolg im ersten Semester, Dissertation, in: *Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik*, 22.

Schulmeister, R., Metzger, C. Martens T. (2012). *Lehrmethoden für Lerner mit unterschiedlichem Lernverhalten*. Paderborn: Paderborner Universitätsreden

Schwarz, B., Herrmann, P. et al. (2015). Bezüge zwischen Schulmathematik und Linearer Algebra in der hochschulischen Ausbildung. In Mathematische Semesterberichte Bd. 62 Vol. 2 (S. 195-217). Springer

Vollrath, H.-J., Roth, J. (2012). Grundlagen des Mathematikunterrichts. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag